

## L'algoritmo

Il Crivello di Eratostene è un algoritmo che consente di individuare i numeri primi fino ad un certo valore massimo prefissato (*Max*).

Si comincia col costruire una tabella contenente i valori da 1 a *Max*. Poi, si fissa un *n*, per *n* che varia da 2 a  $\sqrt{Max}$ , e si eliminano dalla tabella tutti i multipli di *n*, *n* escluso. Alla fine del procedimento tutti i numeri rimasti in tabella saranno numeri primi.

La scansione viene arrestata quando *n* supera il valore di  $\sqrt{Max}$  perché, se *Max* non è primo, allora  $Max = n \cdot m$ . Ci fermiamo quando *m* è più piccolo di *n*. Se  $n < m$ , abbiamo:  $n^2 < n \cdot m$ , ossia  $n^2 < Max$ , ossia  $n < \sqrt{Max}$ .

Per velocizzare l'algoritmo, dopo aver eliminato i multipli di 2, si analizzano solo i valori dispari di *n*.

## L'algoritmo in VBA

Dopo aver preparato un foglio di Excel, in un modulo VBA introduciamo le seguenti routine.

```
Option Explicit

Public Sub Crivello()
'
' Crivello di Eratostene
'
Dim k, n As Integer
Dim Max As Integer                                ' Massimo valore contenuto nel crivello

Worksheets("Foglio1").Activate                    ' Attiva il Foglio1
Max = 100
Tabella (Max)                                     ' Crea la tabella

Rem Esegue l'algoritmo

n = 2
MsgBox "Elimino multipli di " & n, , "Azione del Crivello"
Call EliminaMultipli(Max, n)
For k = 1 To (Int(Sqr(Max)) - 1) / 2
  n = 2 * k + 1                                    ' n assume valori dispari
  MsgBox "Elimino multipli di " & n, , "Azione del Crivello"
  Call EliminaMultipli(Max, n)
Next k
MsgBox "Sono rimasti solo numeri primi", , "Azione del Crivello" ' Comunica il Fine esecuzione
End Sub

Private Sub Tabella(ByVal Max As Integer)
Dim i, j, n As Integer

n = 0
For j = 2 To Int(Max / 10) + 1
  For i = 1 To 10
    n = n + 1                                     ' incrementa n
    Cells(j, i).Value = n
  Next i
Next j
End Sub
```

```
Private Sub EliminaMultipli(ByVal Max As Integer, ByVal n As Integer)
Dim i, j, v As Integer
```

```
    For j = 2 To Int(Max / 10) + 1
        For i = 1 To 10
            v = Cells(j, i).Value
            If (v <> n) And ((v Mod n) = 0) Then Cells(j, i).Value = ""
        Next i
    Next j
End Sub
```

```
Sub Azzera()
```

```
    Range("A2:K30").Select
    Selection.ClearContents
    Range("N2").Select
End Sub
```

'sposta il cursore in modo da non disturbare la visuale

Azione delle SUB:

- **Crivello**: esegue l'algoritmo ed è la SUB da richiamare dal foglio Excel.
- **Tabella**: costruisce la tabella di valori da 1 a Max.
- **EliminaMultipli**: elimina i multipli di n.
- **Azzera**: pulisce la parte del foglio impiegata per l'output del procedimento.

La direttiva `Option Explicit` costringe a dichiarare tutte le variabili (buona prassi di programmazione).

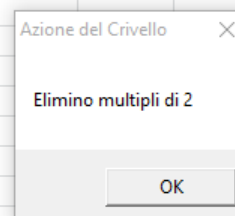
Nella **Sub Crivello**, dopo avere attivato il Foglio1, assegna a Max il valore 100 (potete cambiare questo valore). Richiama la Sub Tabella per disegnarla sul foglio, poi assegna ad n il valore 2 e passa ad eliminarne i multipli. Tramite un ciclo For elimina, via via, gli altri multipli. Nel ciclo, la variabile di ciclo k assume il massimo valore  $k = (\text{Int}(\text{Sqr}(\text{Max})) - 1) / 2$ , in corrispondenza del quale, n assume il valore  $\text{Int}(\text{Sqr}(\text{Max}))$ , ossia la parte intera di radice (SQR) di Max.

La procedura EliminaMultipli scansiona la tabella di valori ed elimina quelli per cui il resto della divisione (Mod) tra il valore v della cella e n è nullo. Con v diverso da n.

## Prova di esecuzione

Seguiamo il processo passo passo fino ad ottenere la tabella dei numeri primi.

|    | A                             | B  | C  | D  | E  | F  | G  | H  | I  | J   | K | L | M |
|----|-------------------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|---|---|---|
| 1  | <b>Crivello di Eratostene</b> |    |    |    |    |    |    |    |    |     |   |   |   |
| 2  | 1                             | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10  |   |   |   |
| 3  | 11                            | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20  |   |   |   |
| 4  | 21                            | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30  |   |   |   |
| 5  | 31                            | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40  |   |   |   |
| 6  | 41                            | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50  |   |   |   |
| 7  | 51                            | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60  |   |   |   |
| 8  | 61                            | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70  |   |   |   |
| 9  | 71                            | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80  |   |   |   |
| 10 | 81                            | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90  |   |   |   |
| 11 | 91                            | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |   |   |   |
| 12 |                               |    |    |    |    |    |    |    |    |     |   |   |   |



|    | A                             | B | C  | D | E  | F | G  | H | I  | J | K | L | M |
|----|-------------------------------|---|----|---|----|---|----|---|----|---|---|---|---|
| 1  | <b>Crivello di Eratostene</b> |   |    |   |    |   |    |   |    |   |   |   |   |
| 2  | 1                             | 2 | 3  |   | 5  |   | 7  |   | 9  |   |   |   |   |
| 3  | 11                            |   | 13 |   | 15 |   | 17 |   | 19 |   |   |   |   |
| 4  | 21                            |   | 23 |   | 25 |   | 27 |   | 29 |   |   |   |   |
| 5  | 31                            |   | 33 |   | 35 |   | 37 |   | 39 |   |   |   |   |
| 6  | 41                            |   | 43 |   | 45 |   | 47 |   | 49 |   |   |   |   |
| 7  | 51                            |   | 53 |   | 55 |   | 57 |   | 59 |   |   |   |   |
| 8  | 61                            |   | 63 |   | 65 |   | 67 |   | 69 |   |   |   |   |
| 9  | 71                            |   | 73 |   | 75 |   | 77 |   | 79 |   |   |   |   |
| 10 | 81                            |   | 83 |   | 85 |   | 87 |   | 89 |   |   |   |   |
| 11 | 91                            |   | 93 |   | 95 |   | 97 |   |    |   |   |   |   |
| 12 |                               |   |    |   |    |   |    |   |    |   |   |   |   |

Azione del Crivello ✕

Elimino multipli di 3

OK

|    | A                             | B | C  | D | E  | F | G  | H | I  | J | K | L | M |
|----|-------------------------------|---|----|---|----|---|----|---|----|---|---|---|---|
| 1  | <b>Crivello di Eratostene</b> |   |    |   |    |   |    |   |    |   |   |   |   |
| 2  | 1                             | 2 | 3  |   | 5  |   | 7  |   |    |   |   |   |   |
| 3  | 11                            |   | 13 |   |    |   | 17 |   | 19 |   |   |   |   |
| 4  |                               |   | 23 |   | 25 |   |    |   | 29 |   |   |   |   |
| 5  | 31                            |   |    |   | 35 |   | 37 |   |    |   |   |   |   |
| 6  | 41                            |   | 43 |   |    |   | 47 |   | 49 |   |   |   |   |
| 7  |                               |   | 53 |   | 55 |   |    |   | 59 |   |   |   |   |
| 8  | 61                            |   |    |   | 65 |   | 67 |   |    |   |   |   |   |
| 9  | 71                            |   | 73 |   |    |   | 77 |   | 79 |   |   |   |   |
| 10 |                               |   | 83 |   | 85 |   |    |   | 89 |   |   |   |   |
| 11 | 91                            |   |    |   | 95 |   | 97 |   |    |   |   |   |   |
| 12 |                               |   |    |   |    |   |    |   |    |   |   |   |   |

Azione del Crivello ✕

Elimino multipli di 5

OK

|    | A                             | B | C  | D | E | F | G  | H | I  | J | K | L | M |
|----|-------------------------------|---|----|---|---|---|----|---|----|---|---|---|---|
| 1  | <b>Crivello di Eratostene</b> |   |    |   |   |   |    |   |    |   |   |   |   |
| 2  | 1                             | 2 | 3  |   | 5 |   | 7  |   |    |   |   |   |   |
| 3  | 11                            |   | 13 |   |   |   | 17 |   | 19 |   |   |   |   |
| 4  |                               |   | 23 |   |   |   |    |   | 29 |   |   |   |   |
| 5  | 31                            |   |    |   |   |   | 37 |   |    |   |   |   |   |
| 6  | 41                            |   | 43 |   |   |   | 47 |   | 49 |   |   |   |   |
| 7  |                               |   | 53 |   |   |   |    |   | 59 |   |   |   |   |
| 8  | 61                            |   |    |   |   |   | 67 |   |    |   |   |   |   |
| 9  | 71                            |   | 73 |   |   |   | 77 |   | 79 |   |   |   |   |
| 10 |                               |   | 83 |   |   |   |    |   | 89 |   |   |   |   |
| 11 | 91                            |   |    |   |   |   | 97 |   |    |   |   |   |   |
| 12 |                               |   |    |   |   |   |    |   |    |   |   |   |   |

Azione del Crivello ✕

Elimino multipli di 7

OK

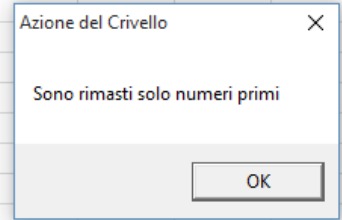
|    | A                             | B | C  | D | E | F | G  | H | I  | J | K | L | M |
|----|-------------------------------|---|----|---|---|---|----|---|----|---|---|---|---|
| 1  | <b>Crivello di Eratostene</b> |   |    |   |   |   |    |   |    |   |   |   |   |
| 2  | 1                             | 2 | 3  |   | 5 |   | 7  |   |    |   |   |   |   |
| 3  | 11                            |   | 13 |   |   |   | 17 |   | 19 |   |   |   |   |
| 4  |                               |   | 23 |   |   |   |    |   | 29 |   |   |   |   |
| 5  | 31                            |   |    |   |   |   | 37 |   |    |   |   |   |   |
| 6  | 41                            |   | 43 |   |   |   | 47 |   |    |   |   |   |   |
| 7  |                               |   | 53 |   |   |   |    |   | 59 |   |   |   |   |
| 8  | 61                            |   |    |   |   |   | 67 |   |    |   |   |   |   |
| 9  | 71                            |   | 73 |   |   |   |    |   | 79 |   |   |   |   |
| 10 |                               |   | 83 |   |   |   |    |   | 89 |   |   |   |   |
| 11 |                               |   |    |   |   |   | 97 |   |    |   |   |   |   |
| 12 |                               |   |    |   |   |   |    |   |    |   |   |   |   |

Azione del Crivello ✕

Elimino multipli di 9

OK

|    | A                      | B | C  | D | E | F | G  | H | I  | J | K | L | M |
|----|------------------------|---|----|---|---|---|----|---|----|---|---|---|---|
| 1  | Crivello di Eratostene |   |    |   |   |   |    |   |    |   |   |   |   |
| 2  | 1                      | 2 | 3  |   | 5 |   | 7  |   |    |   |   |   |   |
| 3  | 11                     |   | 13 |   |   |   | 17 |   | 19 |   |   |   |   |
| 4  |                        |   | 23 |   |   |   |    |   | 29 |   |   |   |   |
| 5  | 31                     |   |    |   |   |   | 37 |   |    |   |   |   |   |
| 6  | 41                     |   | 43 |   |   |   | 47 |   |    |   |   |   |   |
| 7  |                        |   | 53 |   |   |   |    |   | 59 |   |   |   |   |
| 8  | 61                     |   |    |   |   |   | 67 |   |    |   |   |   |   |
| 9  | 71                     |   | 73 |   |   |   |    |   | 79 |   |   |   |   |
| 10 |                        |   | 83 |   |   |   |    |   | 89 |   |   |   |   |
| 11 |                        |   |    |   |   |   | 97 |   |    |   |   |   |   |
| 12 |                        |   |    |   |   |   |    |   |    |   |   |   |   |



Eseguendo la procedura Azzera è possibile ripulire la parte del foglio contenente la tabella.

## Nota

L'algoritmo qui presentato non è particolarmente efficiente in termini di rapidità di calcolo. Si potrebbe migliorare l'efficienza, ad esempio, memorizzando i numeri primi fino a 100 in un Array e ampliare la ricerca scansando solo fra i multipli di detti numeri primi. Tuttavia il problema resta intrinsecamente complesso. Per quanto si disponga di computer estremamente veloci, decidere se un numero N molto grande è primo o meno può richiedere decenni di elaborazione.

L'impossibilità pratica di decidere se un N molto grande è primo, viene usata come base della moderna crittografia. Questi metodi portano all'impossibilità pratica, nonostante l'impiego di computer velocissimi (super-computer), di decodificare messaggi che sono stati crittografati mediante queste tecniche.

*Prof. Ettore Limoli*